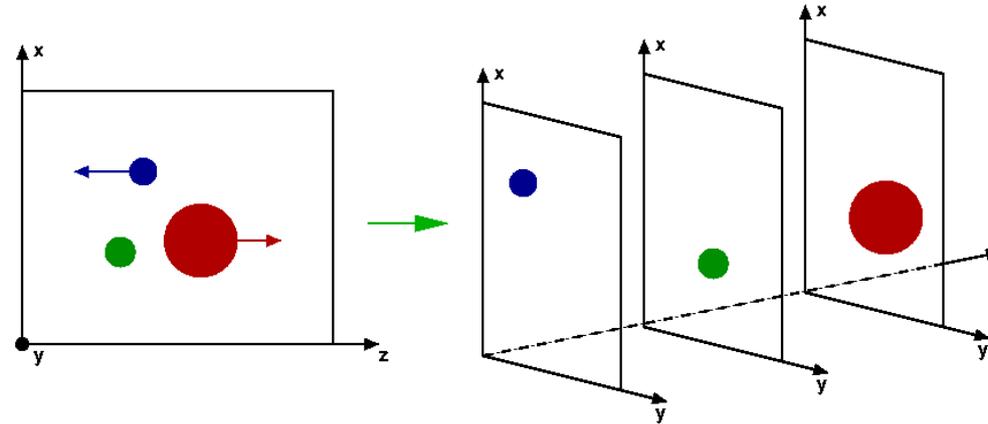


**ANALYSES STATISTIQUES  
DES OBSERVATIONS DE SPECTRO-IMAGERIE**

François Levrier

21 Avril 2005

# Observations de spectro-imagerie



**Champs physiques** Densité  $\rho(\vec{x})$ , vitesse  $\vec{v}(\vec{x})$ , température  $T(\vec{x})$ , ...  
3D spatiales

Processus d'émission

Transfert radiatif

**Observables** Cartes par canaux  $T_b(\vec{X}, u)$   
2D spatiales + 1D cinétique

**Que nous apprennent les observables sur les champs réels?**

## Analyse des cubes PPV (Dimensions hétérogènes)

- **Analyse en composantes principales (PCA)** (Heyer & Schloerb, *ApJ*, 475, 173, 1997)
- **Fonction de corrélation spectrale (SCF)** (Rossolowsky et al., *ApJ*, 524, 887, 1999)
- **Analyse des canaux en vitesse (VCA)** (Lazarian & Pogosyan, *ApJ*, 537, 720, 2000)

## Analyse des moments des cubes (Dimensions homogènes)

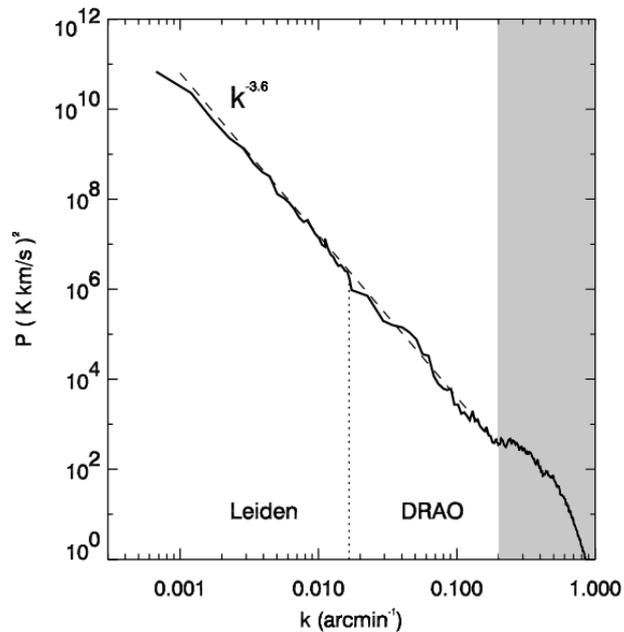
$$\text{Intensité } I(\vec{X}) = \int T_b(\vec{X}, u) du \quad \text{et} \quad \text{Centroïde } C(\vec{X}) = \int u T_b(\vec{X}, u) du$$

- **Fonctions de structure**  $S_F^{(p)}(\vec{r}) = \langle [F(\vec{x} + \vec{r}) - F(\vec{x})]^p \rangle_{\vec{x}}$
- **Fonction d'autocorrélation**  $A_F(\vec{r}) = \langle F(\vec{x}) F(\vec{x} + \vec{r}) \rangle_{\vec{x}}$
- **Spectre de puissance**  $P_F(\vec{k}) = |\hat{F}(\vec{k})|^2$
- **$\Delta$ -variance**  $\sigma_{\Delta}^2(L) = \langle (F * K_L)^2 \rangle_{\vec{x}}$

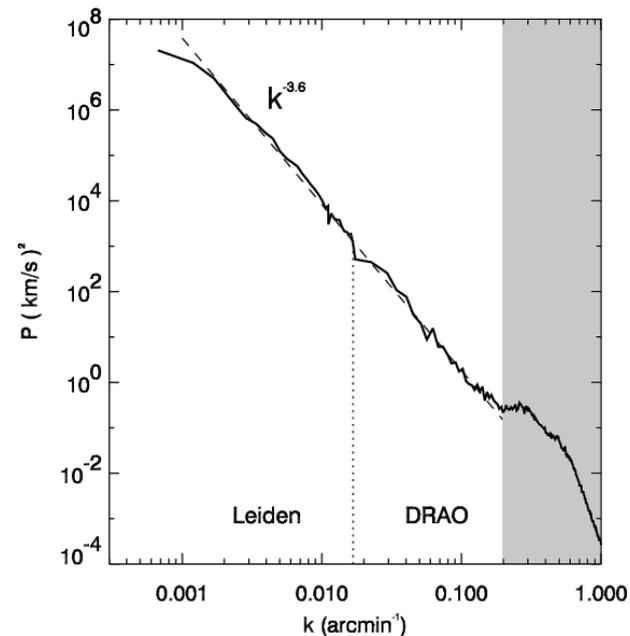
# Analyse des cartes des moments

## Outils statistiques usuels

- Pertinents sur les champs définis sur des espaces **homogènes**
- Relation entre les mesures sur les champs (3D) et sur les moments (2D) ?
- Observation de **lois de puissance** (*Miville-Deschênes et al., 2003*)



Intensité intégrée



Centroïde

## Mesures statistiques en lois de puissance

$$S_F^{(2)}(\vec{r}) = 2\Lambda(r/D)^{2H}$$

*Relation linéaire*



$$A_F(\vec{r}) = \sigma_F^2 - \Lambda(r/D)^{2H}$$

*Transformée de Fourier*



$$P_F(\vec{k}) = P_0(k/k_0)^{-\beta}$$

*Moyenne pondérée*



$$\sigma_{\Delta}^2(L) = \sigma_0^2(L/L_0)^{\gamma}$$

## Relations simples entre les différents exposants

$$\beta = 2H + n = \gamma + n$$

# Résultat connu pour la densité

## Relations simples entre indices spectraux

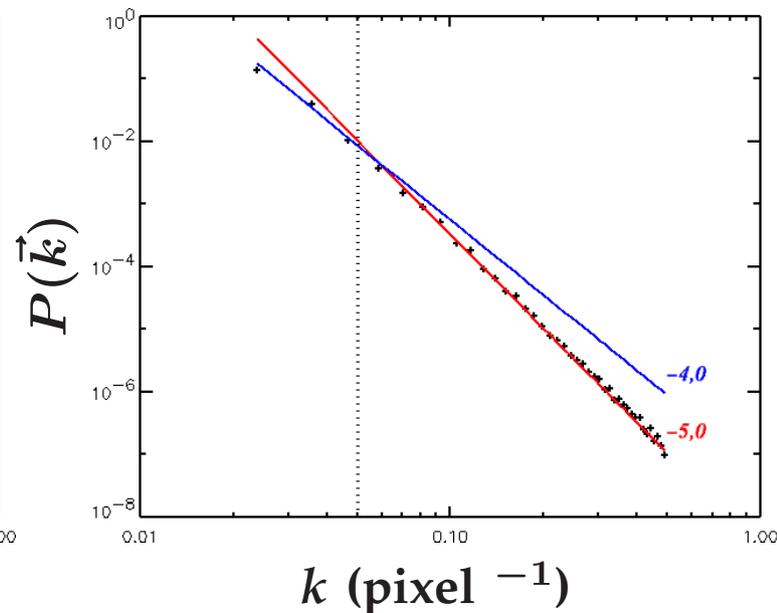
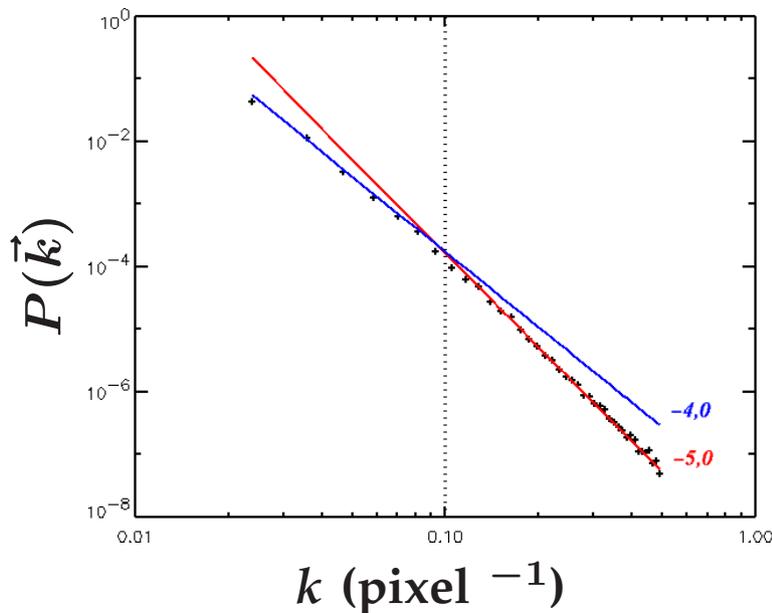
☛ Nuage **homogène** et **optiquement mince**

☛ Selon le rapport échelles transverses  $R$  / profondeur du nuage  $D$

$$\beta_I = \beta_\rho \quad \text{pour } R \ll D \qquad \beta_I = \beta_\rho - 1 \quad \text{pour } R \gg D$$

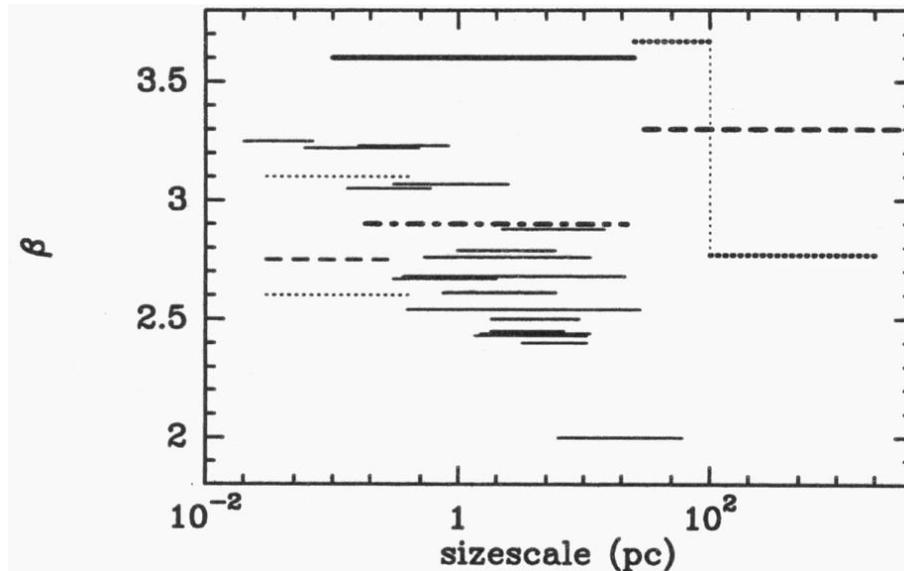
(Stutzki et al., A&A, 336, 697, 1998; Goldman, ApJ, 541, 701, 2000)

☛ Transition pour  $k \propto 1/D$  (Elmegreen et al., ApJ, 548, 749, 2001)



## Indices spectraux de distributions de brillance

(Falgarone et al., *Ap&SS*, 292, 89, 2004)



Émission du CO galactique

Émission et absorption du HI galactique

Émission du HI extragalactique

Émission infrarouge des poussières

## Interprétation

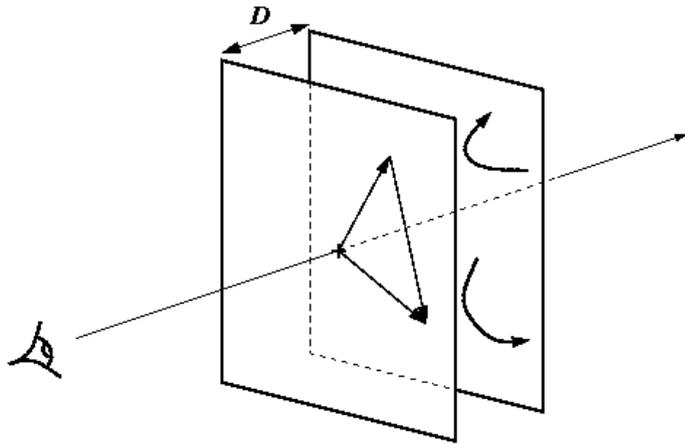
☛  $\beta = \gamma(3 - \alpha)$  (Stutzki et al., *A&A*, 336, 697, 1998)

☛  $\gamma$  dimension fractale  $\alpha \approx 1,8$  indice du spectre de masse

☛  $\gamma : 2$  (grandes échelles)  $\rightarrow 3$  (petites échelles) **Milieu multifractal?**

# Exploitation des centroïdes de vitesse

## Modèle de nuage: couche turbulente



Turbulence homogène et isotrope  
Transition optiquement mince  
Température d'excitation uniforme  
Fluctuations de densité faibles

$$I = \alpha \int \rho dz$$

$$C = \alpha \int \rho v_z dz$$

$$C_0 = \frac{C}{I}$$

## Approche analytique

- Calcul des fonctions d'autocorrélation de  $I$ ,  $C$  et  $C_0$
- Développement en puissances des fluctuations de densité  $\sigma_\rho / \rho_0$

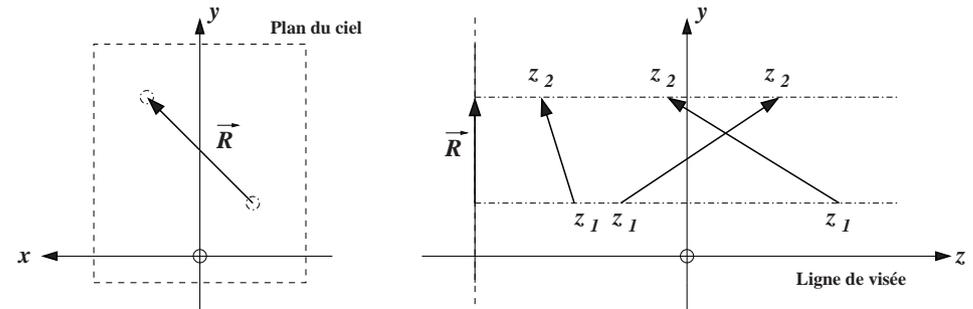
# Fonctions d'autocorrélation des moments

## Expressions analytiques

(Lévrier, *A&A*, 421, 387, 2004)

Intensité intégrée

$$A_I(\vec{R}) = (\alpha D)^2 [\rho_0^2 + M_{\rho,\rho}(\vec{R})]$$



Centroïde de vitesse

$$A_C(\vec{R}) = (\alpha D)^2 [\rho_0^2 v_0^2 + \rho_0^2 M_{v,v}(\vec{R}) + 2\rho_0 M_{\rho v,v}(\vec{R}) + v_0^2 M_{\rho,\rho}(\vec{R}) + M_{\rho v,\rho v}(\vec{R})]$$

Ordre 0      Ordre 1      Ordre 2

## Fluctuations intégrées le long de la ligne de visée

$$M_{\rho,\rho}(\vec{R}) = \frac{1}{D^2} \iint \langle \delta\rho(\vec{X}, z_1) \delta\rho(\vec{X} + \vec{R}, z_2) \rangle_{\vec{X}} dz_1 dz_2$$

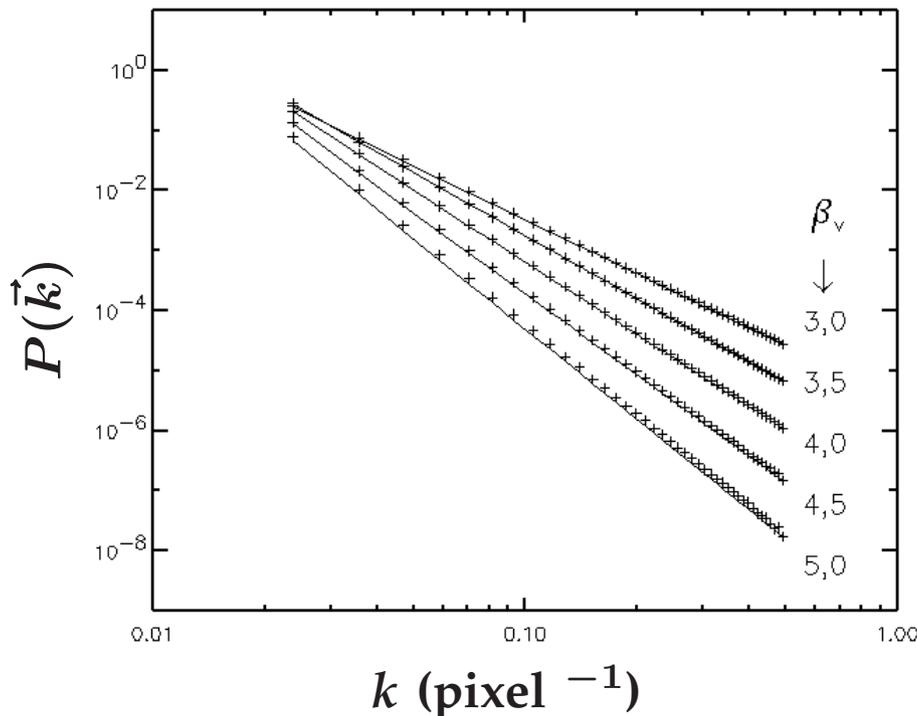
# Résultats à l'ordre le plus bas

Expressions similaires pour  $A_I$ ,  $A_C$  et  $A_{C_0}$

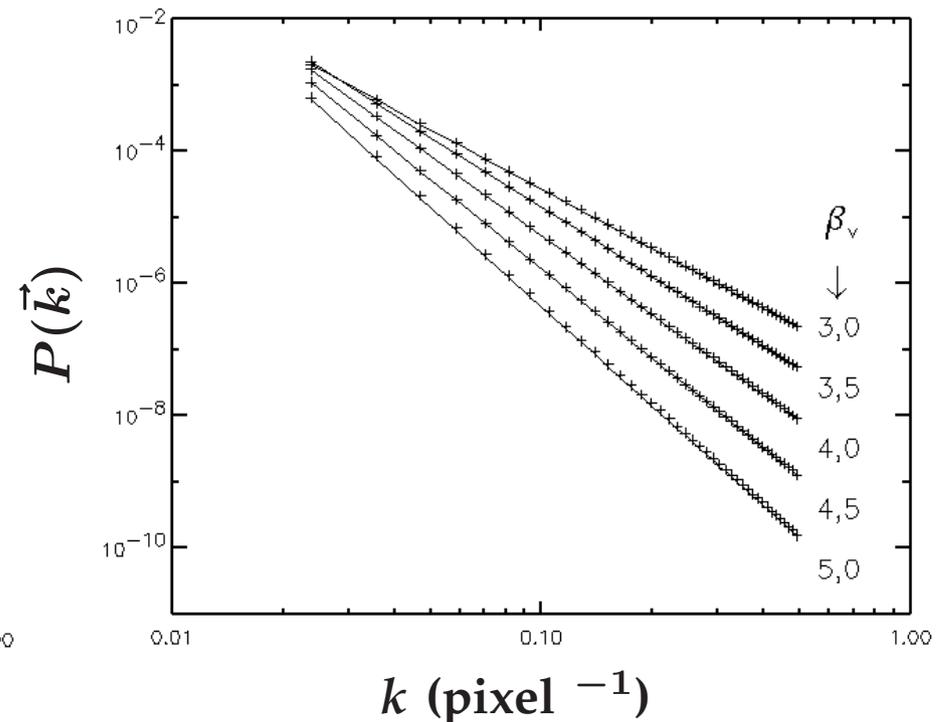
$$\beta_C = \beta_{C_0} = \beta_v \quad \text{aux échelles transverses } R \ll D$$

Vérification numérique sur des champs modèles ( $\sigma_\rho/\rho_0 < 0,3$ )

Centroïde

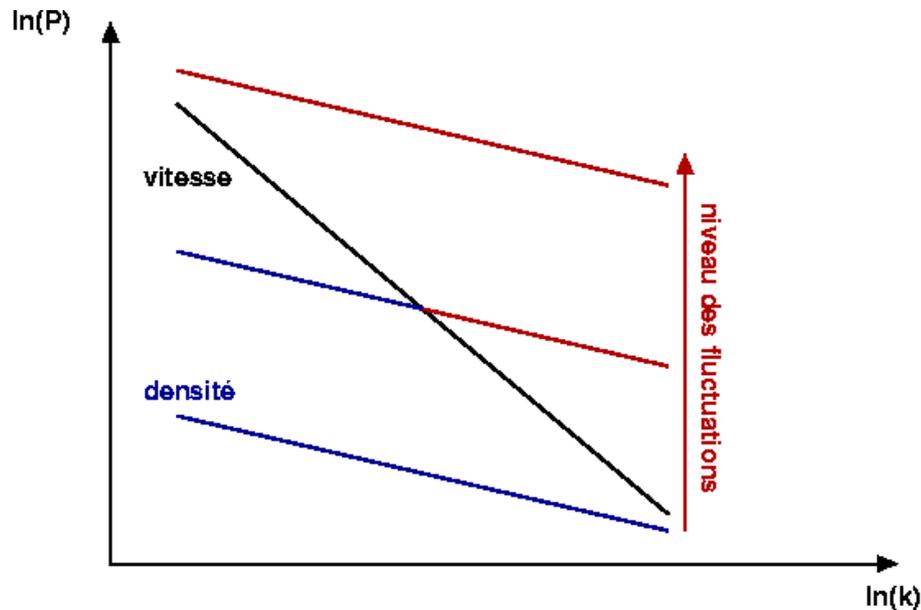


Centroïde normalisé



# Le problème des fluctuations de densité

## Champs modèles ( $\sigma_\rho / \rho_0 > 0,3$ )



Pour  $\beta_\rho < \beta_v$  :

$$\beta_C \rightarrow \beta_\rho$$

$$\beta_{C_0} \rightarrow \beta_\rho$$

## Méthode itérative d'extraction de $\beta_v$

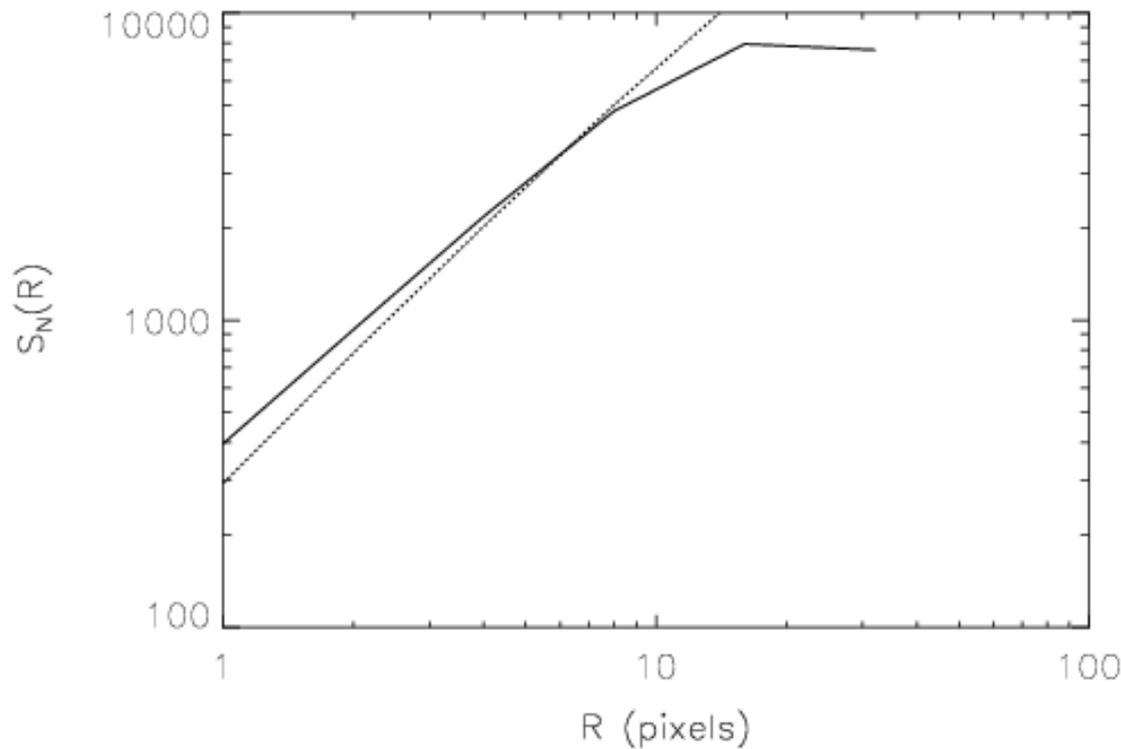
(Ossenkopf et al., in prep)

- ✚ Corrélations densité-vitesse négligées
- ✚ Dynamique d'échelles suffisante
- ✚ Fluctuations de densité connues

# Obtention des fluctuations de densité

## Expression analytique

$$\frac{\sigma_{\rho}^2}{\rho_0^2} = \frac{\sigma_N^2}{N_0^2} + K \frac{1}{(\beta_{\rho} - 1)(\beta_{\rho} - 2)N_0^2}$$



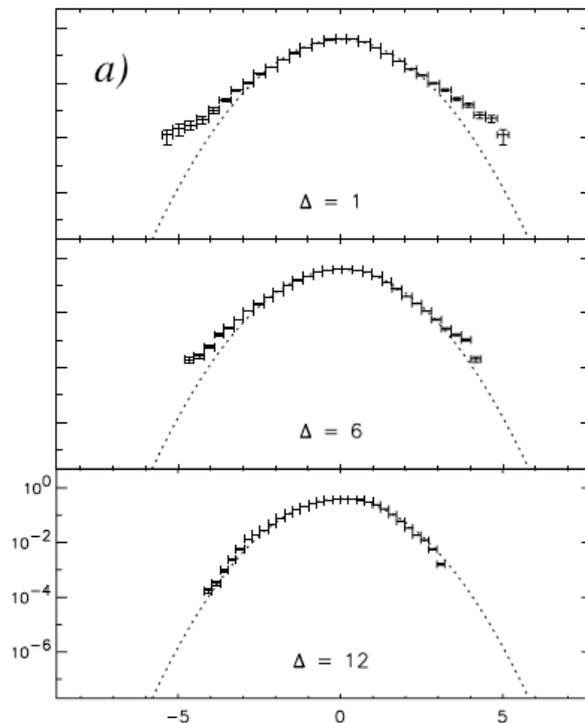
$$S_N^{(2)}(\vec{R}) \approx K f(\beta_{\rho}) \left(\frac{R}{D}\right)^{g(\beta_{\rho})}$$

Nécessite de connaître  $D$

## Analyse des PDFs des incréments de centroïde

(Lis et al., *ApJ*, 463, 623, 1996; Pety & Falgarone, *A&A*, 356, 279, 2000)

- Équivalent à l'étude de l'ensemble des fonctions de structure  $S_{C_0}^{(p)}(\vec{R})$
- Mise en évidence d'ailes **non-gaussiennes** aux petites séparations



Plus marqué sur les zones de chocs et de vortex

Trace de **l'intermittence** de la turbulence

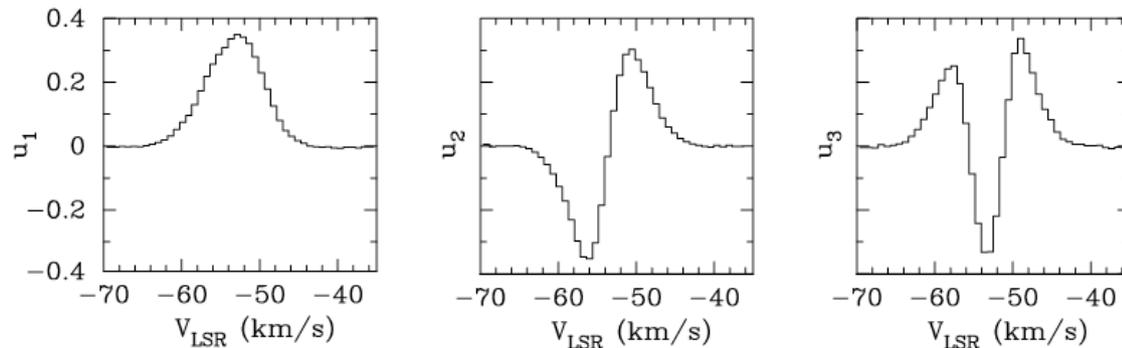
# Analyse en composantes principales - I

## Décomposition des cubes $T_b(\vec{X}, u)$

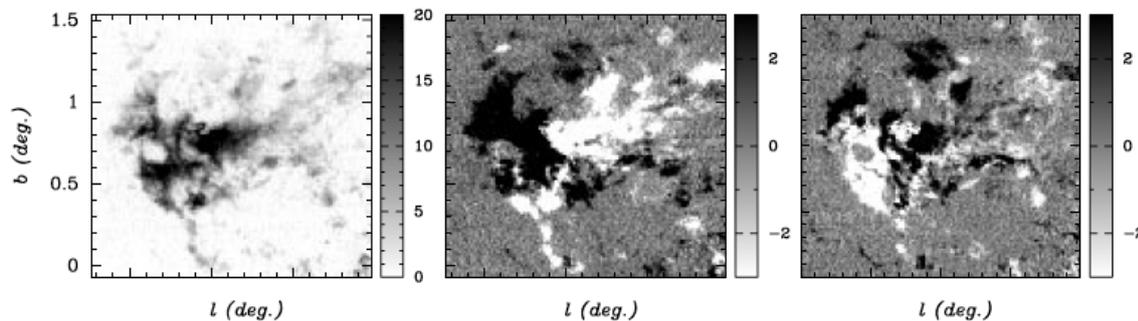
(Heyer & Schloerb, *ApJ*, 475, 173, 1997)

➤ Base orthogonale de spectres propres  $\{u^{(n)}\}$  de la matrice  $T_b^t T_b$

$u^{(1)} \approx$  Spectre moyen       $u^{(2)} \approx -du^{(1)}/du$       etc...



➤ Images propres  $I^{(n)} = T_b \cdot u^{(n)}$



# Analyse en composantes principales - II

## Extraction d'une relation taille-dispersion de vitesse

➤ Fonctions d'autocorrélation de  $u^{(n)}$  et  $I^{(n)}$ : échelles caractéristiques  $\delta v$  et  $L$

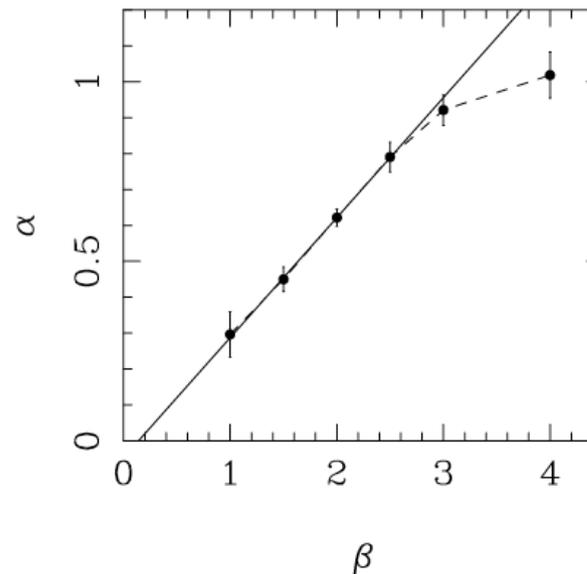
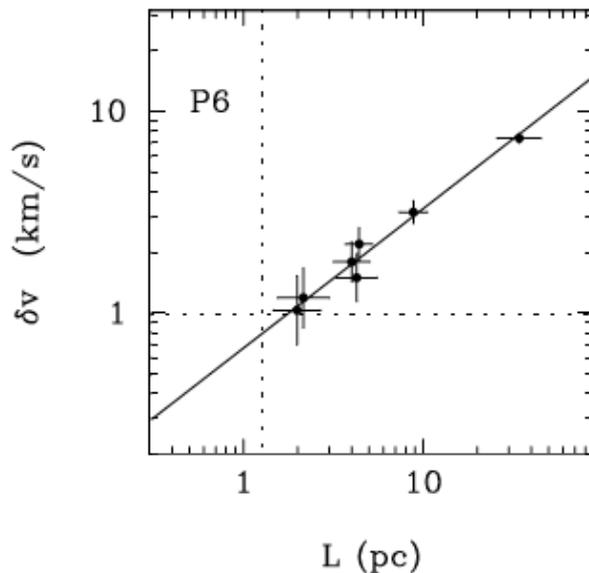
➤ Relation  $\delta v \propto L^\alpha$

➤ Calibration sur des champs modèles (Brunt & Heyer, ApJ, 566, 276, 2002)

$$\alpha \approx 0,33\beta_v - 0,71$$

➤ Utilisation sur des grands champs en CO (Brunt & Heyer, ApJ, 566, 289, 2002)

$$\beta_v \approx 4,2$$



# Fonction de corrélation spectrale

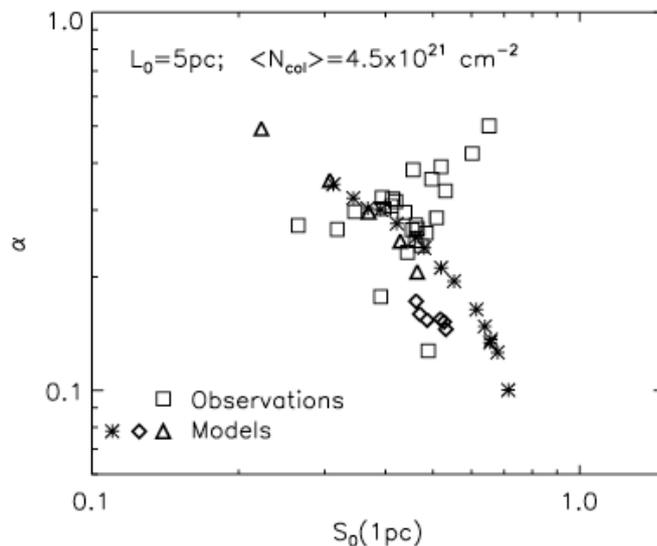
## Quantification de la similarité entre spectres adjacents

(Rosolowsky et al., *ApJ*, 524, 887, 1999)

- Distance entre spectres: forme, amplitude, centroïde
- Valeur moyenne des distances entre spectres, à une échelle  $\Delta r$  donnée
- Loi d'échelle : observations CO, simulations MHD

$$S_0(\Delta r) \propto \Delta r^{-\alpha}$$

## Discrimination entre modèles / Comparaison avec les observations



Champ magnétique : ✓

Autogravité : ✗

(Padoan et al., *ApJ*, 588, 881, 2003)

Lien avec les autres mesures?

# Analyse des canaux en vitesse

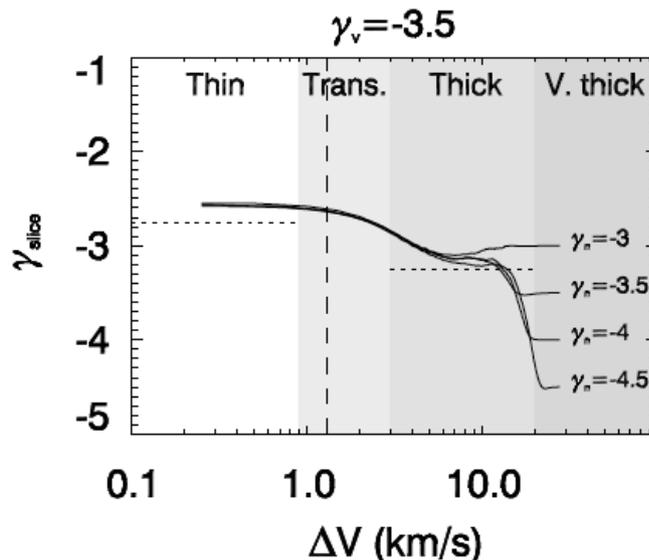
## Inspirée de la transition observée pour l'intensité

(Lazarian & Pogosyan, *ApJ*, 537, 720, 2000)

- Tranches en vitesse  $\Delta u$  minces ou épaisses à l'échelle  $L$  suivant  $\Delta u/\sigma_v(L)$
- Domaines entièrement mince, de transition, épais et très épais

Mince:  $\beta_s = 3 + \frac{3 - \beta_v}{2}$       Epais:  $\beta_s = 3 - \frac{3 - \beta_v}{2}$       Très épais:  $\beta_s = \beta_\rho$

## Tests numériques



Difficile à mettre en pratique  
Échelles minces quasi inaccessibles

(Miville-Deschênes et al., *ApJ*, 593, 831, 2003)

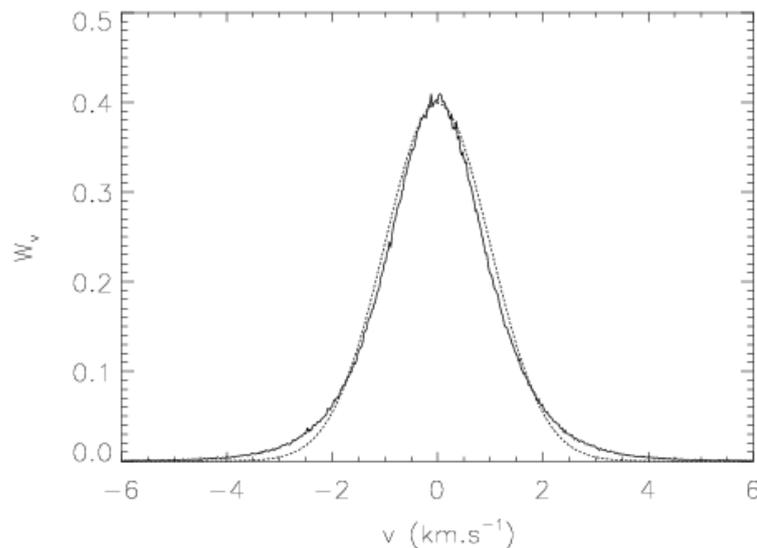
## Exemple de corrélation

- Modèle 1D:  $v_z$  et  $\tilde{\rho} = \ln \rho$  suivant des équations de Langevin

$$\frac{d\tilde{\rho}}{dz} = -\frac{\tilde{\rho}}{l_{\tilde{\rho}}} + \frac{\sigma_{\tilde{\rho}}}{\sqrt{l_{\tilde{\rho}}}} \Gamma_{\tilde{\rho}}(z) \quad \text{et} \quad \frac{dv_z}{dz} = -\frac{v_z}{l_{v_z}} + \frac{\sigma_{v_z}}{\sqrt{l_{v_z}}} \Gamma_{v_z}(z)$$

- Pression turbulente suivant une équation polytropique  $\sigma_v \propto \rho^k$

## Altération de la distribution des vitesses



Modifications des observables ?

## Résolution d'un problème inverse

- Statistiques des observables → Statistiques des champs physiques
- Observables hétérogènes / homogènes

## État des lieux et perspectives

- Approches analytique, numérique et observationnelle
- Proches d'une résolution dans le cas optiquement mince, sans corrélation
- Transfert radiatif / corrélations : une nouvelle frontière
- Compréhension et discrimination des processus de structuration