

*Les centroïdes de vitesse
comme traceurs de la structure
du champ de vitesse tridimensionnel*

François Levrier

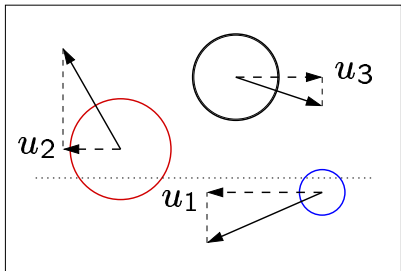
(LERMA / LRA - ENS et Observatoire de Paris)

Colloque PCMI - Gérardmer - 13 septembre 2004

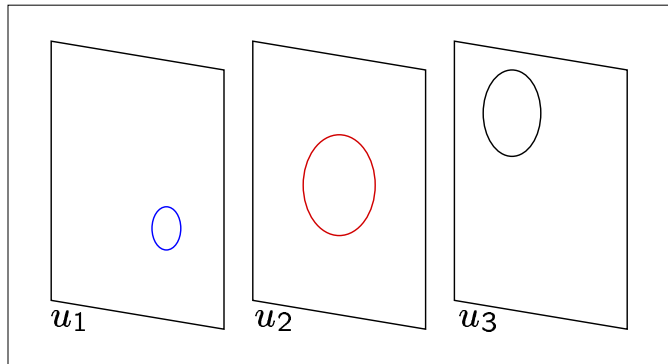
Miville-Deschênes, Levrier & Falgarone, ApJ, 593, 831, 2003

Levrier, A&A, 421, 387, 2004

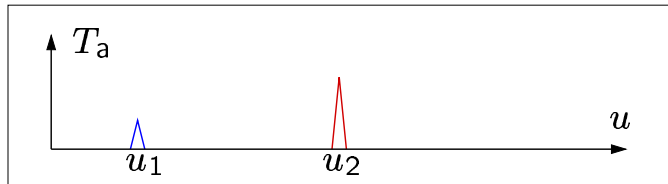
Problème d'inversion



“Nuages réels”



Cartes par canaux



Spectres



2D d'espace + 1D de vitesse

3D d'espace

Intensité $I(\mathbf{X}) = \int T_a du$

Densité ρ

Centroïde $C(\mathbf{X}) = \int u T_a du$

Vitesse v

Centroïde normalisé $C_0 = C/I$

...

↘
↙

Caractérisation par le spectre de puissance
 $P(k) \propto k^{-\beta}$

Du bidimensionnel au tridimensionnel

– Résultat connu pour la densité (Stutzki *et al* 1998)

- ◇ Échelles transverses R / profondeur D du nuage
- ◇ Sous condition d'homogénéité et de transparence

$$\beta_I = \beta_\rho \text{ pour } R \ll D$$
$$\beta_I = \beta_\rho - 1 \text{ pour } R \gg D$$

– Peut on trouver un résultat semblable pour la vitesse à partir des centroïdes ?

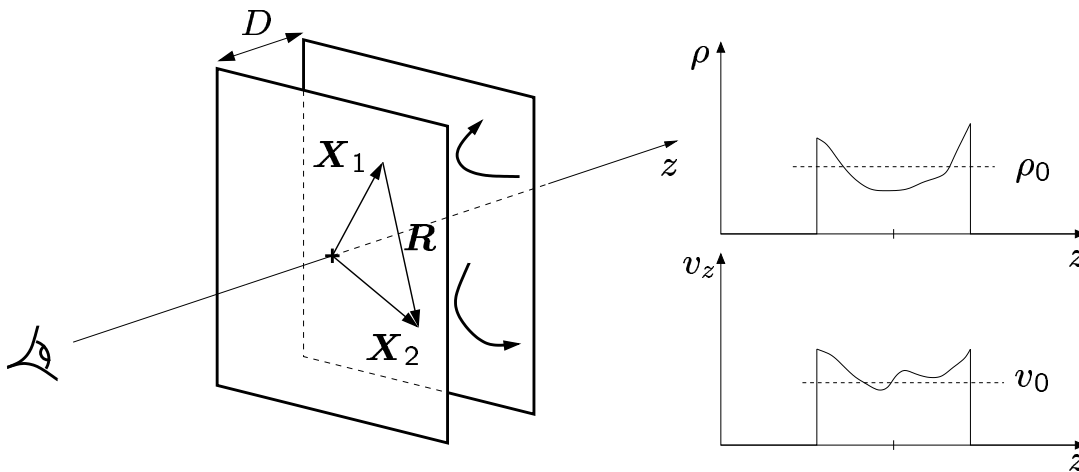
————→ Approche analytique

————→ Approche numérique

Modèle analytique

— Modèle de couche turbulente

Perpendiculaire à la ligne de visée, d'épaisseur D



— Hypothèses simplificatrices

- ◇ Transition **optiquement mince**
- ◇ Turbulence **homogène et isotrope**
- ◇ Fluctuations de densité **"faibles"**

Méthode de calcul

$$I = \alpha \int \rho dz \quad \text{et} \quad C = \alpha \int \rho v_z dz$$

– Utilisation des fonctions d'autocorrélation

$$A_F = \langle F(\mathbf{X})F(\mathbf{X} + \mathbf{R}) \rangle_{\mathbf{X}}$$

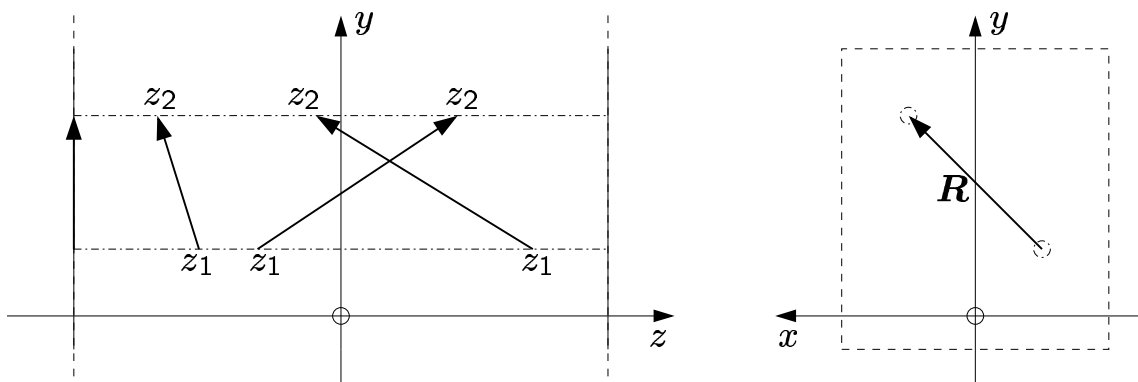
- ◇ Transformée de Fourier du spectre de puissance
- ◇ Calcul sur les cartes de I , C et C_0
- ◇ Relation avec les corrélations des champs 3D

– Développement en puissance de σ_ρ/ρ_0

Résultats analytiques

- Fonction d'autocorrélation de l'intensité

$$A_I(\mathbf{R}) = (\alpha D)^2 [\rho_0^2 + M_{\rho,\rho}(\mathbf{R})]$$



Avec $M_{\rho,\rho}(\mathbf{R}) = D^{-2} \iint \langle \delta\rho(\mathbf{X}, z_1) \delta\rho(\mathbf{X} + \mathbf{R}, z_2) \rangle_{\mathbf{X}} dz_1 dz_2$

- Fonctions d'autocorrélation des centroïdes

$$A_C(\mathbf{R}) \propto [\rho_0^2 v_0^2 + \rho_0^2 M_{v,v}(\mathbf{R}) + 2\rho_0 M_{\rho v,v}(\mathbf{R}) + v_0^2 M_{\rho,\rho}(\mathbf{R}) + M_{\rho v,\rho v}(\mathbf{R})]$$

$$A_{C_0}(\mathbf{R}) = v_0^2 + M_{v,v}(\mathbf{R}) + \frac{2}{\rho_0} [M_{\rho v,v}(\mathbf{R}) - M_{v,v,\rho}^{(s)}(\mathbf{R}, \mathbf{R})]$$

- À l'ordre le plus bas en fluctuations de ρ

Expressions comparables à celle de $A_I \rightarrow \beta_C = \beta_{C_0} = \beta_v$

Construction de cubes PPV synthétiques

– Champs de densité et de vitesse longitudinale

Browniens fractionnaires 3D **construits** dans l'espace de Fourier

▶ **Amplitude en loi de puissance** $\mathbf{A}(\mathbf{k}) \propto k^{-\beta/2}$ avec $3 \leq \beta \leq 5$

▶ **Phase aléatoire** sur $[0, 2\pi]$

$$\rho_0 = 90 \text{ cm}^{-3} \quad v_0 = 0 \text{ km.s}^{-1} \quad \sigma_v = 2 \text{ km.s}^{-1}$$

– Cubes de données

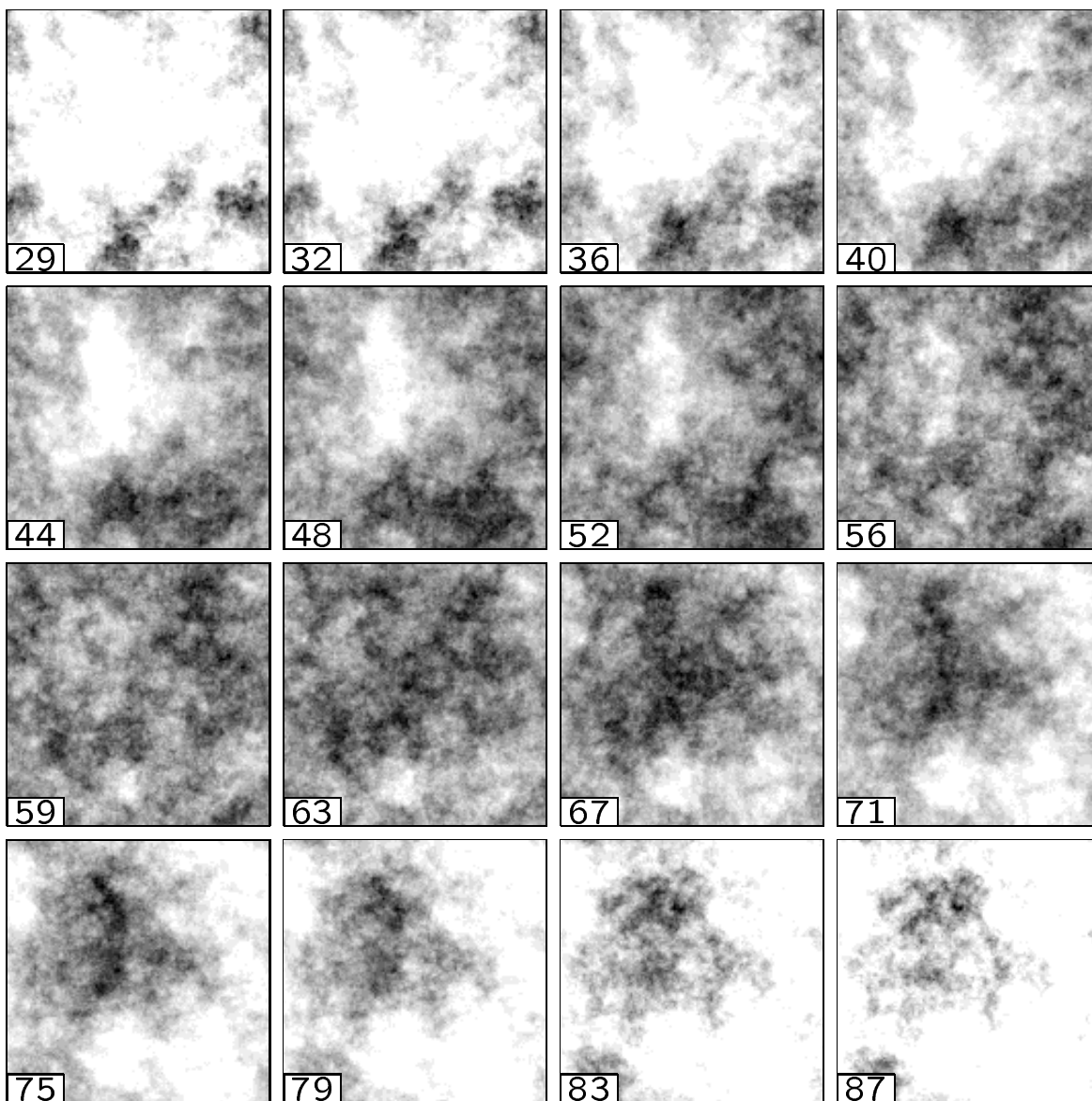
Émission **Gaussienne** de chaque cellule sur une ligne de visée

▶ Centrée sur $v_z(\mathbf{x})$, élargissement thermique uniforme

▶ Aire intégrée proportionnelle à $\rho(\mathbf{x})$

$$T_a(\mathbf{X}, u) \propto \sum_z \frac{\rho(\mathbf{x}) \delta z}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\text{th}}} \exp \left\{ -\frac{[v_z(\mathbf{x}) - u]^2}{2\sigma_{\text{th}}^2} \right\}$$

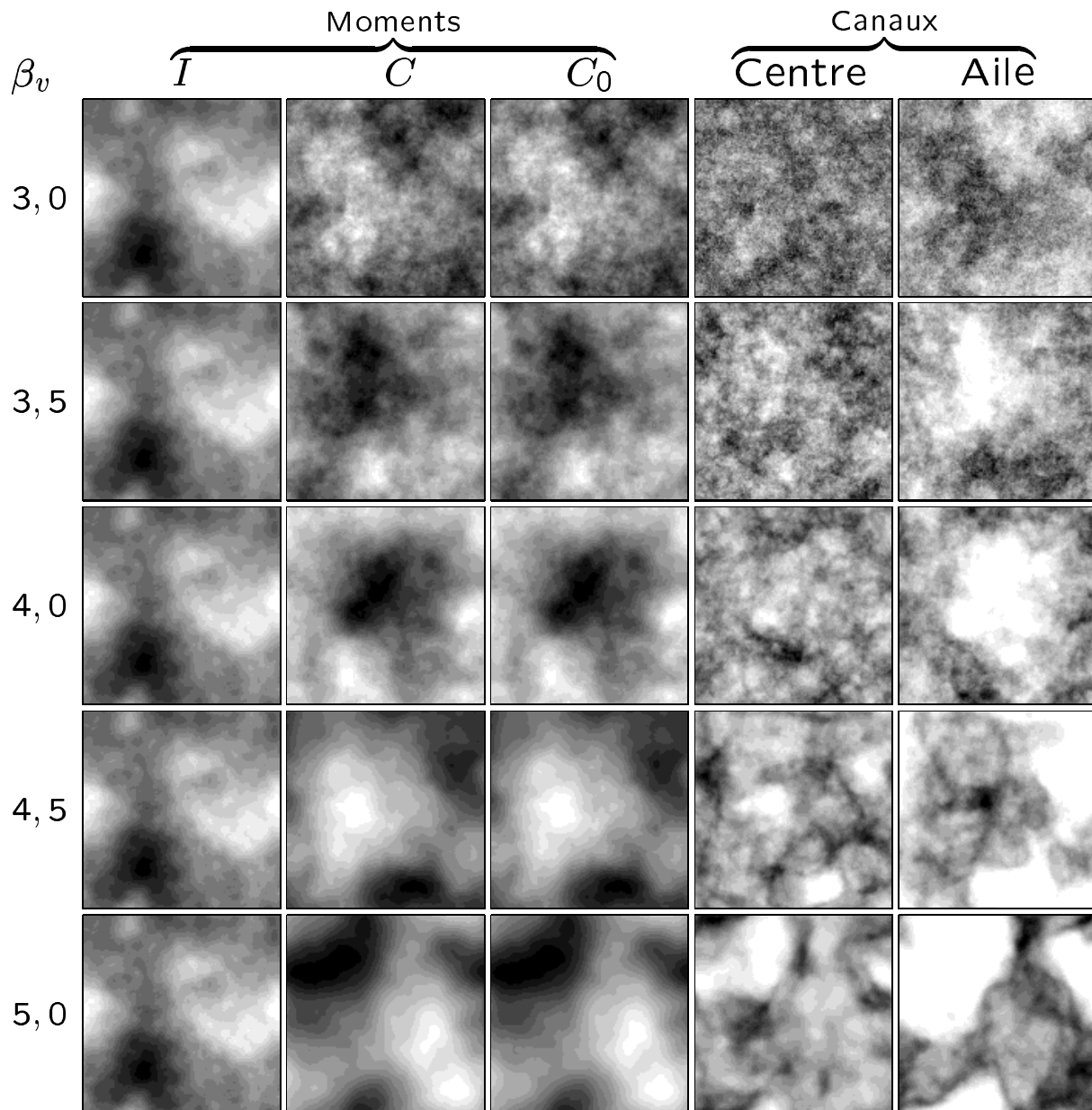
Cartes par canaux



$$\beta_{\rho} = 4,5 \quad \beta_v = 3,5 \quad T_k = 100 \text{ K}$$

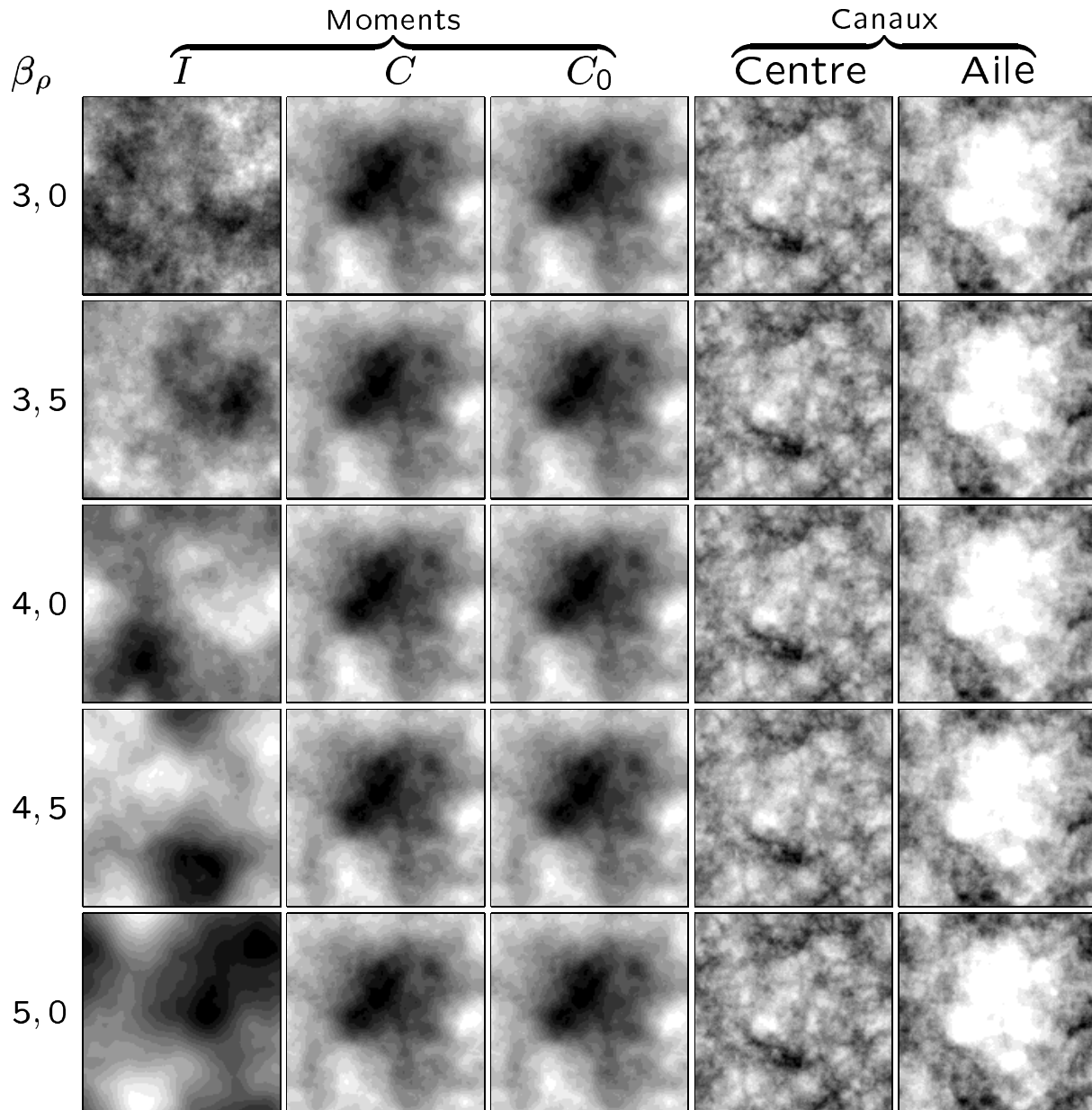
Cartes d'observables (I)

$$I = \alpha \sum_k T_a(u_k) \delta u \quad \text{et} \quad C = \alpha \sum_k u_k T_a(u_k) \delta u$$



$$\beta_\rho = 4 \quad \text{et} \quad T_k = 100 \text{ K}$$

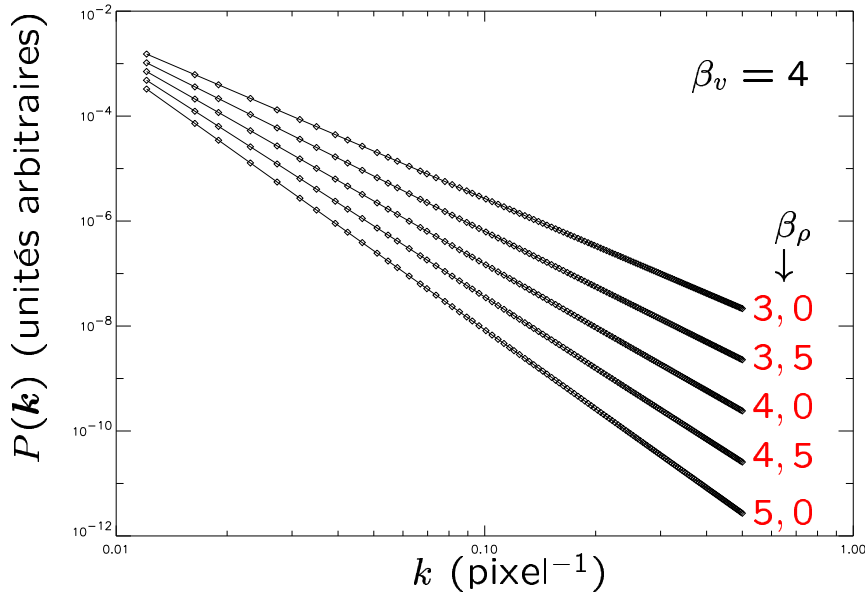
Cartes d'observables (II)



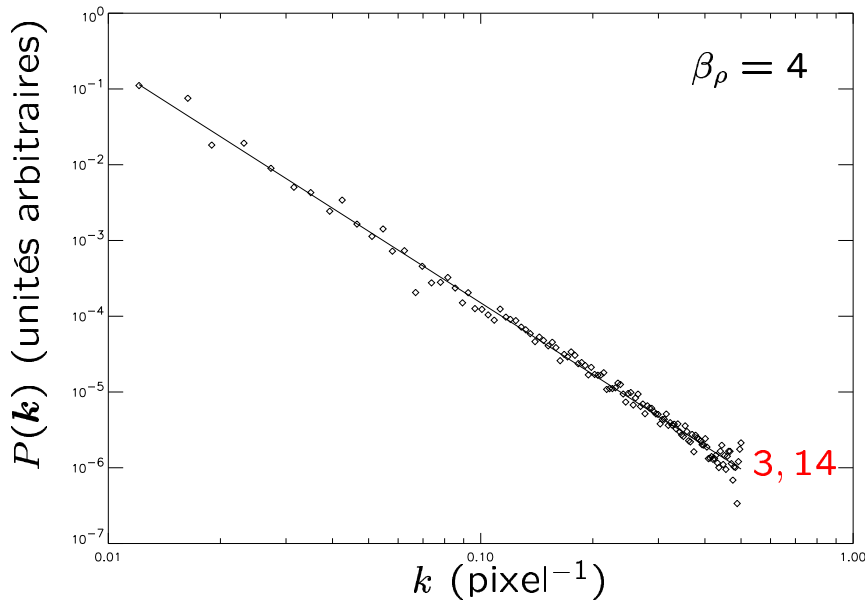
$\beta_v = 4$ et $T_k = 100$ K

Spectres de puissance des cartes d'intensité

- Cas de la limite $R \ll D$ (Densité de colonne totale)

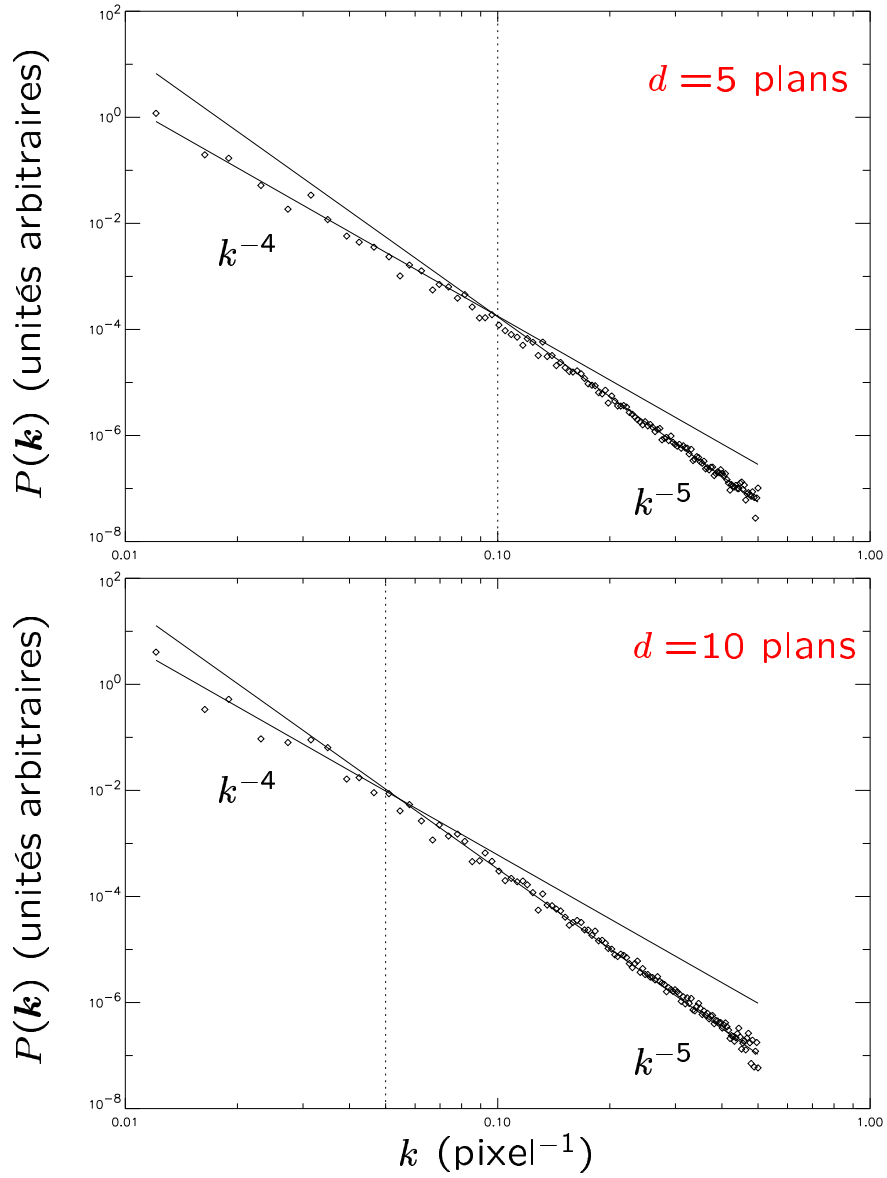


- Cas de la limite $R \gg D$ (coupe du cube de densité)



Transition entre les deux régimes

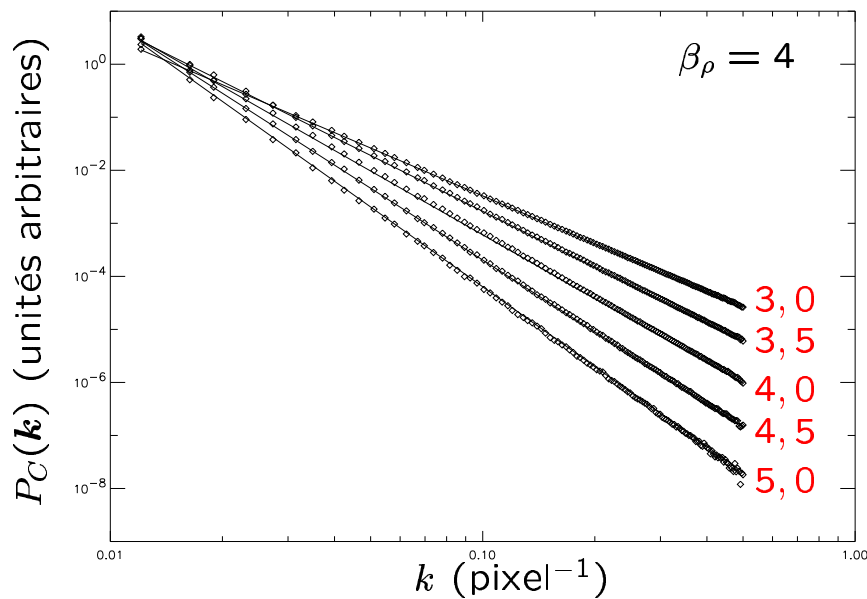
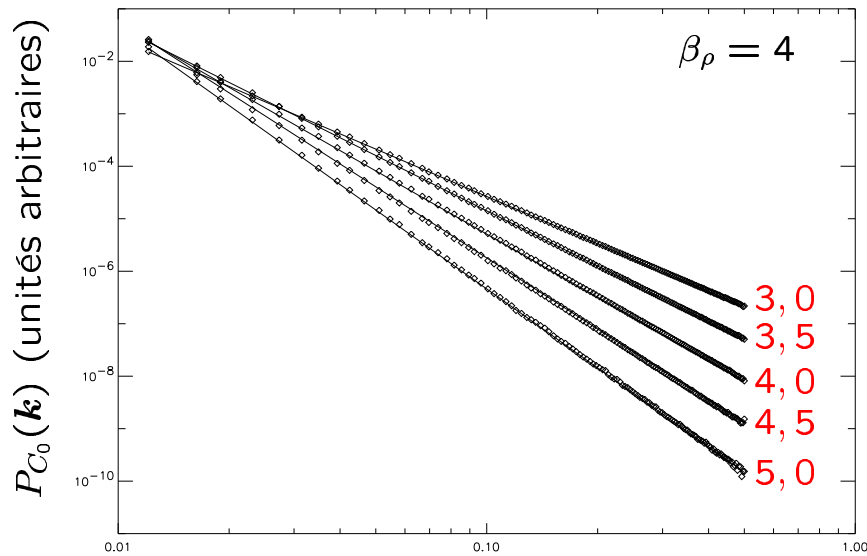
- Sommation de plans du cube de densité $\beta_\rho = 5$



- Transition pour $k = 1/2d$

Spectres de puissance des centroïdes

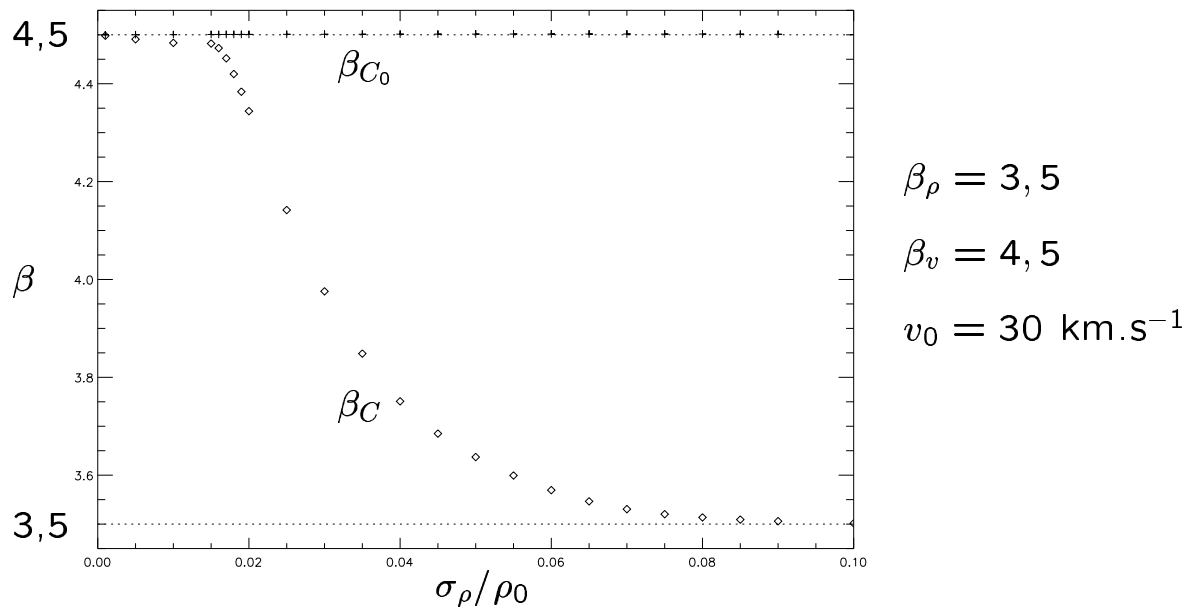
- Faibles fluctuations $\sigma_\rho \ll \rho_0$ par construction
- Vérification de l'égalité $\beta_C = \beta_{C_0} = \beta_v$
 - ◇ Observation visuelle sur les cartes de centroïdes
 - ◇ Spectres de puissance



Limitations de la méthode

- Influence des petites fluctuations de densité $\sigma_\rho/\rho_0 < 0,3$

Vitesse moyenne v_0 non nulle $\Rightarrow v_0^2 M_{\rho,\rho} \neq 0$



- Influence des grandes fluctuations de densité $\sigma_\rho/\rho_0 > 1$

Cubes de densité construits par **exponentiation** de fBm, $v_0 = 0$

$$\beta_\rho < \beta_v \longrightarrow \beta_{C_0} = \beta_\rho$$

Conclusions et perspectives

– Étude analytique des statistiques des cartes 2D

Calcul direct des fonctions d'autocorrélation de I , C et C_0

—————→ $\beta_C = \beta_{C_0} = \beta_v$ pour $\sigma_\rho \ll \rho_0$ et $R \ll D$

– Étude numérique des statistiques des cartes 2D

◇ Cubes fBm modélisant ρ et v_z → cubes PPV

◇ Calcul des spectres de puissance des cartes de I , C et C_0

—————→ $\beta_C = \beta_v$ vérifié jusqu'à $\sigma_\rho/\rho_0 \lesssim 0,015$

—————→ $\beta_{C_0} = \beta_v$ vérifié jusqu'à $\sigma_\rho/\rho_0 \lesssim 0,3$

– Extensions possibles

◇ Évolution de β_C et β_{C_0} dans l'espace $(v_0, \sigma_\rho/\rho_0, \beta_\rho, \beta_v)$

◇ Comparaison avec les centroïdes de vitesse modifiés (Equivel & Lazarian 2003) ⇔ Soustraction directe de A_I à A_C

◇ Prise en compte de l'épaisseur optique (transfert)

◇ Test sur des champs plus réalistes (simulations hydro et MHD)