

Exercices

Exercice III.1- Mesure de l'abondance des éléments lourds dans une galaxie lointaine

Quand la ligne de visée en direction d'un quasar à haut redshift traverse le disque d'une galaxie, on observe dans le spectre de ce quasar une forte raie d'absorption Ly α dont l'analyse permet de déterminer la densité de colonne d'hydrogène atomique neutre HI, et des raies de métaux lourds comme le zinc (Zn) ou le chrome (Cr), qui fournissent donc des informations sur ces éléments.

Dans le spectre du quasar PHL 957 ($z_{\text{em}} = 2.681$), Pettini *et al.* [23] ont détecté un tel système de raies d'absorption au redshift $z_{\text{abs}} = 2.3091$, avec une densité de colonne d'hydrogène atomique neutre qui vaut $N_{\text{HI}} = 2.5 \times 10^{21} \text{ cm}^{-2}$. Parmi les raies repérées, on en note quatre en particulier, avec les caractéristiques suivantes

n	Id	λ_0 [Å]	f	W_λ [Å]
1	ZnII	2025.48	0.515	0.051 ± 0.006
2	CrII	2055.60	0.140	0.080 ± 0.006
3	CrII	2061.57	0.105	0.097 ± 0.008
3	ZnII	2062.00	0.253	0.097 ± 0.008
4	CrII	2065.50	0.070	0.042 ± 0.006

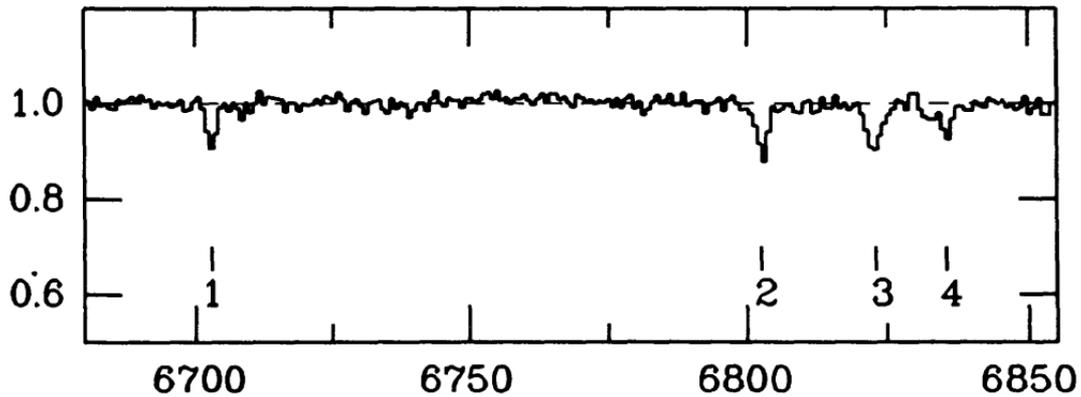


FIGURE 3.15 – Spectre du quasar PHL957 observé par [23]. L'axe des abscisses est en Å.

Il faut noter que la raie 3 est composée de la superposition de deux raies très proches. La largeur équivalente donnée est bien entendu celle de cette superposition. La longueur d'onde λ_0 est celle de la raie au laboratoire, et f est la force d'oscillateur. On rappelle que pour une raie optiquement mince, on a, avec W_λ et λ_0 exprimées en Å,

$$N [\text{cm}^{-2}] = 1.13 \times 10^{20} \frac{W_\lambda}{f \lambda_0^2}$$

Rappelons que du fait du décalage spectral, les largeurs équivalentes observées sont multipliées par $1 + z_{\text{abs}}$. Cet effet a cependant déjà été corrigé dans les données ci-dessus.

1. Expliquer pourquoi il est raisonnable de supposer que les raies 2 et 4 sont optiquement minces ? Qu'aurait-on observé si ce n'avait pas été le cas ?

2. En déduire une estimation de N_{CrII}

3. En supposant la raie 1 optiquement mince (justifier en quelques mots en s'appuyant sur la question 2.), estimer N_{ZnII} .

4. On admettra que lorsque deux raies optiquement minces se superposent (comme c'est le cas pour la raie 3), leurs largeurs équivalentes s'ajoutent. En utilisant la valeur de N_{CrII} obtenue à la question 2., déduire une seconde estimation de N_{ZnII} . Commenter. Dans la suite, on adoptera la moyenne des deux valeurs.

5. On peut supposer que $N_{\text{HI}} = N(\text{H})$, $N_{\text{ZnII}} = N(\text{Zn})$ et $N_{\text{CrII}} = N(\text{Cr})$, autrement dit que HI, ZnII, et CrII sont les états d'ionisation principaux des éléments hydrogène, zinc et chrome, respectivement. En déduire les abondances relatives du zinc et du chrome dans cette galaxie lointaine, rapportées aux abondance solaires

$$\left[\frac{N(\text{Zn})}{N(\text{H})} \right]_{\odot} = 4.6 \cdot 10^{-8} \quad \text{et} \quad \left[\frac{N(\text{Cr})}{N(\text{H})} \right]_{\odot} = 4.8 \cdot 10^{-7}$$

6. Commenter les valeurs précédentes sachant que dans le milieu interstellaire de notre Galaxie, le zinc n'est quasiment pas condensé dans les grains, contrairement au chrome.

7. Établir le résultat admis au début de la question 4.

CORRECTION

1. On calcule les rapports

$$\frac{W_2}{f_2 \lambda_2^2} = 1.3 \pm 0.1 \cdot 10^{-7} \text{ \AA} \quad \text{et} \quad \frac{W_4}{f_4 \lambda_4^2} = 1.4 \pm 0.2 \cdot 10^{-7} \text{ \AA}$$

ce qui montre qu'ils sont égaux aux incertitudes de mesure près. On peut donc penser que les raies 2 et 4 sont optiquement minces. Si cela n'était le cas, on se serait attendu à ce que la raie présentant la largeur équivalente la plus grande ait une largeur équivalente inférieure à ce qu'on déduirait de l'extrapolation linéaire de la raie la moins large. Autrement dit, on aurait eu

$$\frac{W_2}{f_2 \lambda_2^2} < \frac{W_4}{f_4 \lambda_4^2}.$$

2. On en déduit deux estimations (compatibles) de N_{CrII} :

$$N_{\text{CrII}} = (1.53 \pm 0.11) \times 10^{13} \text{ cm}^{-2} \quad \text{et} \quad N_{\text{CrII}} = (1.59 \pm 0.23) \times 10^{13} \text{ cm}^{-2}$$

3. On peut supposer que la raie 1 est optiquement mince, car ZnII, comme CrII, est une espèce peu abondante. Dans cette hypothèse, on a

$$N_{\text{ZnII}} = (2.7 \pm 0.3) \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$$

4. De la densité de colonne de CrII, on peut déduire la largeur équivalente de la raie 3 si seule la raie du chrome y contribuait

$$W_{3a} = \frac{N_{\text{CrII}}}{1.13 \times 10^{20}} f_{3a} \lambda_{3a}^2 = 0.060 \text{ \AA}$$

Comme les largeurs équivalentes de deux raies optiquement minces qui se superposent s'ajoutent, on en déduit la largeur équivalente de la raie de ZnII seule

$$W_{3b} = W_3 - W_{3a} = 0.037 \text{ \AA}$$

et donc une nouvelle estimation de N_{ZnII}

$$N_{\text{ZnII}} = 1.13 \times 10^{20} \frac{W_{3b}}{\lambda_{3b}^2 f_{3b}} = (3.9 \pm 0.8) \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$$

cette valeur est sensiblement différente de la précédente, mais pas à plus de 2σ , donc raisonnablement compatible. On prend pour la suite la moyenne des deux valeurs

$$N_{\text{ZnII}} = 3.3 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$$

5. On suppose donc que $N_{\text{HI}} = N(\text{H}) = 2.5 \times 10^{21} \text{ cm}^{-2}$. L'abondance relative du zinc dans cette galaxie lointaine, rapportée à l'abondance solaire est alors

$$X[\text{Zn}] = \frac{\frac{N(\text{Zn})}{N(\text{H})}}{\left[\frac{N(\text{Zn})}{N(\text{H})}\right]_{\odot}} = 0.029$$

et celle du chrome est

$$X[\text{Cr}] = \frac{\frac{N(\text{Cr})}{N(\text{H})}}{\left[\frac{N(\text{Cr})}{N(\text{H})}\right]_{\odot}} = 0.013$$

6. On peut tirer deux conclusions :

- Comme le zinc reste en phase gazeuse, si son abondance est nettement plus faible que dans le voisinage solaire, c'est que la nucléosynthèse stellaire dans cette galaxie lointaine n'a pas encore eu le temps de produire des éléments lourds en quantité similaire à notre Galaxie.

- Le même argument explique la faible abondance du chrome, mais on voit aussi que celui-ci est encore plus sous-abondant que le zinc. Cela suggère que cette galaxie contient des grains de poussière dans lesquels se condense le chrome.

7. On a, en posant \mathcal{I}_ν le profil normalisé au continu,

$$W_\lambda = \int (1 - \mathcal{I}_\nu) d\lambda$$

Si deux raies se superposent, ce profil normalisé s'écrit comme le produit $\mathcal{I}_\nu(\lambda) = \mathcal{I}_1(\lambda) \times \mathcal{I}_2(\lambda)$ avec $\mathcal{I}_1(\lambda) = 1 - \epsilon_1(\lambda)$ et $\mathcal{I}_2(\lambda) = 1 - \epsilon_2(\lambda)$. Comme on suppose les raies optiquement minces, $\epsilon_1 \ll 1$ et $\epsilon_2 \ll 1$, donc au premier ordre

$$\mathcal{I}_\nu(\lambda) = [1 - \epsilon_1(\lambda)][1 - \epsilon_2(\lambda)] \simeq 1 - \epsilon_1(\lambda) - \epsilon_2(\lambda)$$

et

$$W_\lambda \simeq \int (\epsilon_1 + \epsilon_2) d\lambda = W_1 + W_2.$$

Exercice III.2- Analyse d'une raie d'absorption interstellaire du potassium neutre

La figure ci-après représente un spectre dans lequel la raie du potassium neutre KI de longueur d'onde au repos $\lambda_0 = 7698.96 \text{ \AA}$ et de force d'oscillateur $f = 0.339$ est détectée. La résolution instrumentale est $\mathcal{R}_\lambda = 10^5$.

1. Estimer dans ce spectre la valeur du rapport signal sur bruit (SNR) par pixel et par élément de résolution.

2. Estimer la largeur à mi-hauteur de la raie. Est-elle résolue ?

3. Quelle contrainte peut-on en déduire sur la température du gaz ou sur sa dispersion de vitesse turbulente ?

4. Quel est le redshift z du gaz absorbant ? Quelle est sa vitesse relative par rapport à l'observateur ? Si l'on refait l'observation quelques mois plus tard, obtiendra-t-on le même résultat ? De quels paramètres dépendent les éventuels changements ?

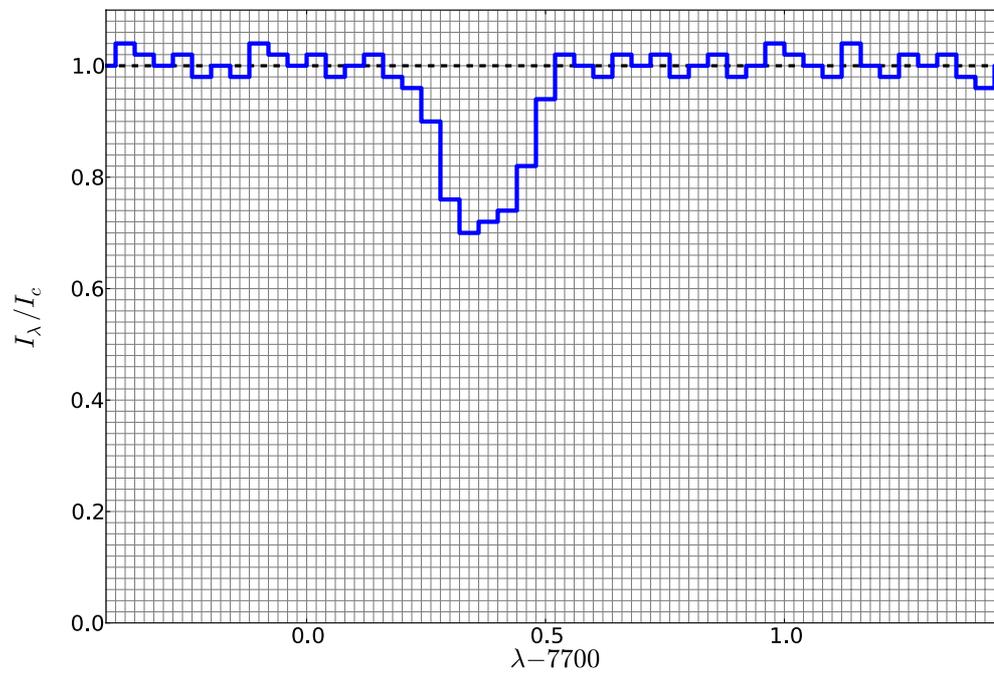


FIGURE 3.16 – Spectre du quasar PHL957 observé par [23]. L'axe des abscisses en en \AA .

5. Estimer la largeur équivalente de cette raie. Peut-on en déduire de manière fiable la densité de colonne $N(\text{KI})$?

CORRECTION

1. Les fluctuations de \mathcal{I}_ν ont une amplitude $\delta\mathcal{I}_\nu \simeq 0.02$. Le signal typique étant $\mathcal{I}_\nu \simeq 1$, le rapport signal-sur-bruit (SNR) par pixel vaut donc $1/0.02 = 50$. Sur l'axe des longueurs d'onde, un pixel correspond à $\delta\lambda = 0.04 \text{ \AA}$.

2. La largeur instrumentale est $\delta\lambda_{\text{inst}} = \frac{\lambda_0}{\mathcal{R}_\lambda} = 0.08 \text{ \AA}$, et la largeur à mi-hauteur de la raie est environ de $\Delta\lambda_{1/2} \simeq 0.2 \text{ \AA}$, bien supérieure à $\delta\lambda_{\text{inst}}$. La raie est donc résolue.

3. Si l'élargissement est dominé par l'agitation thermique, on a, à partir de

$$\Delta\lambda_{1/2} = \frac{\lambda_0^2}{c} \Delta\nu_{1/2} = \frac{\lambda_0^2}{c} \times \frac{\nu_0}{c} \sqrt{8 \ln 2} \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

et en introduisant le poids moyen $\mu = m/m_p$,

$$\Delta\lambda_{1/2} = \lambda_0 \frac{\sqrt{8 \ln 2}}{c} \sqrt{\frac{k}{m_p}} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

ce qui donne numériquement

$$\Delta\lambda_{1/2} = 7.2 \times 10^{-7} \left(\frac{\lambda_0}{1 \text{ \AA}} \right) \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

avec $\mu = 39$ pour le potassium neutre. La largeur mesurée $\Delta\lambda_{1/2}$ donne alors $T \leq 5.1 \times 10^4 \text{ K}$, ce qui n'est pas particulièrement contraignant. Si ce sont les mouvements macroscopiques qui dominent, alors on a une valeur maximale pour la dispersion des vitesses

$$\Delta V_{1/2} \leq c \frac{\Delta\lambda_{1/2}}{\lambda_0} = 7.8 \text{ km s}^{-1}$$

Cette dernière interprétation pour la largeur de la raie est plus contraignante.

4. On calcule la longueur d'onde moyenne de la raie, qu'on prend comme valeur de la longueur d'onde observée :

$$\lambda_{\text{obs}} = \frac{\int \lambda (1 - \mathcal{I}_\lambda) d\lambda}{\int (1 - \mathcal{I}_\lambda) d\lambda} \simeq 7700.42 \text{ \AA}$$

Le redshift qu'on en tire est $z = 1.8 \times 10^{-4}$, correspondant à une vitesse $v = cz = 54 \text{ km s}^{-1}$. Quelques mois plus tard, la projection de la vitesse de la Terre (de l'ordre de 30 km s^{-1}) aura changé, donc la longueur d'onde de l'observation aussi. Il faut donc se ramener dans un référentiel héliocentrique. À très haute résolution, il faut aussi tenir compte de la rotation de la Terre sur elle-même (0.5 km s^{-1} au niveau de l'équateur).

5. On a, en comptant les carreaux,

$$W_\lambda \simeq 0.05 \text{ \AA}.$$

La raie étant résolue, on mesure l'opacité au centre $\tau_0 \simeq -\ln(0.3) \simeq 1.2$, soit une raie quasi mince. On peut alors utiliser la formule adéquate pour trouver la densité de colonne

$$N(\text{KI}) = 1.13 \times 10^{20} \frac{W_\lambda}{f\lambda^2} \simeq 2.8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}.$$

Cette estimation suppose néanmoins qu'il n'y a pas de composante étroite cachée dans la raie.

Exercice III.3- Identification des raies d'absorption dans le spectre d'un quasar

On considère une série de raies (numérotées de 1 à 17) et dont les longueurs d'onde observées dans le spectre d'un quasar lointain sont données dans la table 3.1.

TABLE 3.1 – Raies observées

n	λ_{obs} [Å]	Identification	z_{abs}	n	λ_{obs} [Å]	Identification	z_{abs}
1	4047.9			10	4802.8		
2	4054.8			11	4812.0		
3	4149.3			12	4819.7		
4	4332.4			13	5147.1		
5	4360.0			14	5160.1		
6	4385.2			15	5193.4		
7	4745.7			16	5764.6		
8	4760.4			17	5790.2		
9	4785.3						

Identifier ces raies à partir de la table de raies 3.2. Pour chacune des 17 raies observées, indiquer la transition identifiée et le redshift de l'élément absorbant. On pourra commencer par identifier les doublets (4,5), (11,12) et (13,14).

TABLE 3.2 – Données spectroscopiques

Transition	λ_0 [Å]	Transition	λ_0 [Å]	Transition	λ_0 [Å]
H I λ 1215	1215.6701	Al II λ 1670	1670.7874	Fe II λ 2260	2260.7805
O I λ 1302	1302.1685	Pb II λ 1682	1682.15	Fe II λ 2344	2344.214
Si II λ 1304	1304.3702	Ni II λ 1703	1703.405	Fe II λ 2374	2374.4612
C II λ 1334	1334.5323	Ni II λ 1709	1709.600	Fe II λ 2382	2382.765
Cu II λ 1358	1358.773	Ni II λ 1741	1741.549	Mn II λ 2576	2576.877
Ni II λ 1370	1370.131	Ni II λ 1751	1751.910	Fe II λ 2586	2586.6500
Si IV λ 1393	1393.755	Si II λ 1808	1808.0126	Mn II λ 2594	2594.499
Sn II λ 1400	1400.400	Al III λ 1854	1854.716	Fe II λ 2600	2600.1729
Si IV λ 1402	1402.770	Al III λ 1862	1862.790	Mn II λ 2606	2606.462
Ga II λ 1414	1414.402	Ti II λ 1910a	1910.6	Mg II λ 2796	2796.352
Si II λ 1526	1526.707	Ti II λ 1910b	1910.97	Mg II λ 2803	2803.531
Cr IV λ 1548	1548.195	Zn II λ 2026	2026.136	Mg I λ 2852	2852.9642
Cr IV λ 1550	1550.770	Cr II λ 2056	2056.254	Ti II λ 3073	3073.877
Ge II λ 1602	1602.4863	Cr II λ 2062	2062.234	Ti II λ 3230	3230.131
Fe II λ 1608	1608.4511	Zn II λ 2062	2062.664	Ti II λ 3242	3242.929
Fe II λ 1611	1611.2005	Cr II λ 2066	2066.161	Ti II λ 3384	3384.740

CORRECTION

Comme suggéré, on commence l'identification par le doublet (4,5). Pour cela, on fait l'hypothèse qu'il correspond à une seule composante en redshift, et on cherche, par exemple via un programme informatique, quel couple de raies dans la table des données spectroscopiques peut correspondre, c'est-à-dire avoir le même rapport de longueurs d'onde. On trouve alors qu'il s'agit de SiIV $\lambda 1393$ et SiIV $\lambda 1402$

$$\frac{\lambda_5}{\lambda_4} \simeq 1.00637 \quad \text{et} \quad \frac{\lambda_{1402}}{\lambda_{1393}} \simeq 1.00647$$

Le redshift associé est alors calculé par la formule usuelle $z = (\lambda_{\text{obs}}/\lambda) - 1$, ce qui donne 2.1084 pour la raie 4 et 2.1081 pour la raie 5.

On procède de même pour le doublet (11,12), qu'on identifie comme le doublet CIV $\lambda 1548$ et CIV $\lambda 1550$, avec un redshift 2.108 aussi, et pour le doublet (13,14), qu'on identifie comme le doublet MgII $\lambda 2796$ et MgII $\lambda 2803$, avec un redshift 0.8406.

Du coup, on fait l'hypothèse qu'il y a deux composantes absorbantes sur la ligne de visée, l'une à $z_1 = 0.8406$, l'autre à $z_2 = 2.108$, et on cherche, pour chaque raie inconnue j restante, la raie i telle que $\lambda_{j,\text{obs}} = (1 + z_1)\lambda_i$ ou $\lambda_{j,\text{obs}} = (1 + z_2)\lambda_i$, ce qui permet de compléter la table. Il faut

n	λ_{obs} [Å]	Identification	z_{abs}	n	λ_{obs} [Å]	Identification	z_{abs}
1	4047.9	O I $\lambda 1302$	2.1086	10	4802.8	Mn II $\lambda 2606$	0.843
2	4054.8	Si II $\lambda 1304$	2.1086	11	4812.0	C IV $\lambda 1548$	2.1081
3	4149.3	C II $\lambda 1334$	2.1092	12	4819.7	C IV $\lambda 1550$	2.1079
4	4332.4	Si IV $\lambda 1393$	2.1084	13	5147.1	Mg II $\lambda 2796$	0.8406
5	4360.0	Si IV $\lambda 1402$	2.1081	14	5160.1	Mg II $\lambda 2803$	0.8406
6	4385.2	Fe II $\lambda 2382$	0.8404	15	5193.4	Al II $\lambda 1670$	2.1084
7	4745.7	Si II $\lambda 1526$	2.1085	16	5764.6	Al III $\lambda 1854$	2.1081
8	4760.4	Fe II $\lambda 2586$	0.8404	17	5790.2	Al III $\lambda 1862$	2.1083
9	4785.3	Fe II $\lambda 2600$	0.8404				

noter que l'identification de la raie 10 comme étant Mn II $\lambda 2606$ est douteuse, car le redshift est sensiblement différent de z_1 .